EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN

ONDER LEIDING VAN

J. H. SCHOGT EN P. WIJDENES

MET MEDEWERKING VAN

Dr. H. J. E. BETH
DEVENTER

Dr. E. J. DIJKSTERHUIS
OISTERWIJK

Dr. G. C. GERRITS
AMSTERDAM

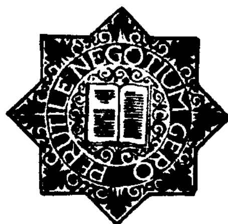
Dr. B. P. HAALMEIJER
AMSTERDAM

Dr. W. P. THIJSEN
BANDOENG

Dr. P. DE VAERE
BRUSSEL

Dr. D. P. A. VERRIJP
ARNHEM

10e JAARGANG 1933/34, Nr. 2



P. NOORDHOFF — GRONINGEN

Prijs per Jg. van 18 vel f 6.—. Voor inteekenaars op het voor Nieuw Tijdschrift Wiskunde en Christiaan Huygens f 5.—.

Euclides, Tijdschrift voor de Didactiek der Exacte Vakken verschijnt in zes tweemaandelijksche afleveringen, samen 18 vel druks. Prijs per jaargang ƒ 6.—. Zij, die tevens op het Nieuw Tijdschrift (ƒ 6.—) of op „Christiaan Huygens" (ƒ 10.—) zijn ingeteekend, betalen ƒ 5.—.

Artikelen ter opneming te zenden aan J. H. Schogt, Amsterdam-Zuid, Frans van Mierisstraat 112; Tel. 28341.

Aan de schrijvers van artikelen worden op hun verzoek 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan P. Wijdenes, Amsterdam-Zuid, Jac. Obrechtstraat 88; Tel. 27119.

INHOUD.

De redactie hoopt in afl. III terug te komen op „i".

Dat valschheid van vergelijkingen in onze schoolwiskunde als een absoluut begrip wordt voorgesteld, althans op de relativiteit ervan de aandacht niet wordt gevestigd, is, naar ik meen, toe te schrijven aan twee oorzaken: ten eerste bekommert men zich bij ons middelbaar onderwijs er gewoonlijk niet om, in welk getallengebied men rekent, en ten tweede komt valschheid e. d. van hoogeremachtsvergelijkingen zelden ter sprake.

Dergelijke opmerkingen kan men maken omtrent strijdigheid en afhankelijkheid van stelsels vergelijkingen.

§ 24. *Ongelijkheden.* Eene *ongelijkheid* is eene *bewering* die uitspreekt dat een getal niet gelijk aan, grooter dan, niet grooter dan, kleiner dan of niet kleiner dan een ander getal is:

$$a \neq b \qquad a > b \qquad a \leqq b \qquad a < b \qquad a \geqq b$$

De terminologie is op het gebied der ongelijkheden en daarmee samenhangende betrekkingen bijzonder armoedig; dit springt vooral in het oog als men de Nederlandsche vaktaal met de Duitsche en de Fransche vergelijkt. De oorzaak van dit verschijnsel zal wel gelegen zijn in de jarenlange verwaarloozing van het onderwerp in de Nederlandsche schoolwiskunde; eerst sedert eenige jaren heeft het in de schoolboeken zijne intrede gedaan.

Ten eerste zou men (vgl. § 15) onderscheid moeten maken tusschen ongelijkheden en *identieke ongelijkheden,* de vraag is echter hoe men deze door teekens zal aanduiden; men zou (vgl. de teekens $=$ en $\equiv$) de identiteit door verdubbeling kunnen aangeven, en b. v. schrijven

$$a \lll a + 1$$

Een veel belangrijker rol dan identieke ongelijkheden spelen in de schoolwiskunde zekere *opgaven,* waarbij gevraagd wordt, voor welke waarden van eene onafhankelijk veranderlijke [1]) eene functie eene grootere waarde aanneemt dan eene andere. B.v. „voor welke waarden van x is de waarde van $2x + 7$ grooter dan die van $3x - 8$? Zulk eene opgave heet in het Duitsch „Ungleichung", in het Fransch „inéquation".

Het is mijns inziens eene der ernstigste lacunes in de Nederlandsche vaktaal, dat zij een naam voor deze opgaven mist. Het naar

---

[1]) Zie § 18 en de noot bij § 25.

analogie van „Ungleichung" en „inéquation" uit „vergelijking" te vormen woord „verongelijking" is natuurlijk onbruikbaar. Daar ik bij mijn onderwijs een naam voor de „inéquations" niet kon ontberen, heb ik er een bedacht, nl. *„ongelijkheidsopgave"*; deze is misschien niet welluidend, maar heeft het voordeel, het karakter van opgave, van vraagstuk, te laten hooren. Ik beveel dit voorstel in de aandacht mijner collega's aan, en ben natuurlijk dadelijk bereid het in te trekken, als iemand iets beters heeft voor te stellen.

Het spreekt van zelf, dat men voor de notatie dezer ongelijkheidsopgaven niet hetzelfde teeken moet gebruiken als voor de notatie der ongelijkheden. Naar analogie van het teeken $\doteq$ (zie § 16) gebruik ik de teekens $\dot{>}$ $\dot{\geqq}$ $\dot{<}$ en $\dot{\leqq}$, zoodat bovenstaande ongelijkheidsopgave wordt geschreven als

$$2x + 7 \dot{>} 3x - 8$$

Het teeken $\dot{>}$ laat ik uitspreken als „moet grooter zijn dan" (vgl. § 16).

De termen „identiek", „valsch" en „gewoon" kunnen voor ongelijkheidsopgaven op dezelfde manier worden gedefinieerd als voor vergelijkingen; de structuur van de verzameling der oplossingen is echter gewoonlijk anders dan bij de vergelijkingen het geval is; hiermede zal wel in verband staan, dat van een „wortel" eener ongelijkheidsopgave nooit gesproken wordt. Het geval, dat alle reëele getallen op één na voldoen, is bij quadratische ongelijkheidsopgaven zéér gewoon:

$$x^2 - 10x + 25 \dot{>} 0;$$

voor invoering van den term „bijna identiek" (§ 17) is hier dus nog meer te zeggen dan bij de vergelijkingen.

Gaat men ten slotte het karakter van de x in de ongelijkheidsopgaven na, dan is dit mijns inziens ten duidelijkste dat van veranderlijke; van onbekende getallen is hier niets meer te bespeuren. M. i. moet men dan ook spreken van ongelijkheidsopgaven „in (of „tusschen functies van") éёne of meer *veranderlijken"*; de uitdrukking „ongelijkheidsopgaven met éёne of meer *onbekenden"* lijkt mij niet gelukkig.

§ 25. *Veranderlijke.* Reeds in § 18 is opgemerkt, dat eene *veranderlijke* een teeken is, waaraan achtereenvolgens (in den loop

eener zelfde beschouwing) verschillende getallen als waarden kunnen worden toegekend[1]); eene veranderlijke is zelf geen getal. Omtrent de benaming „veranderlijke" of „variabele" is niet veel op te merken, daarentegen zou ik wel iets willen zeggen over de notatie. Ik heb eens het voorstel hooren doen (als ik mij goed herinner door Dr. Van Dantzig op eene der bijeenkomsten te Utrecht), variabelen door Grieksche letters aan te geven, en dit leek mij zoo aantrekkelijk dat ik het spoedig in practijk heb gebracht. Zooals bij alle afwijkingen van de traditie ontmoette ik het bezwaar, dat de leerlingen het in hunne boeken juist anders zien, dan van hen verlangd wordt. Verder wordt de bekende moeilijkheid, die ontstaat als teekens, die eerst getallen voorstellen, in den loop der redeneering als veranderlijken moeten worden beschouwd, nog eens extra aangedikt (wat echter te verkiezen is boven verdoezeling). Wortels van vergelijkingen worden dan niet door dezelfde teekens voorgesteld als de veranderlijken in beide leden („onbekenden"):

$$\xi^2 - 7\xi + 12 \doteq 0$$
$$(\xi - 3)(\xi - 4) \doteq 0$$
$$\xi - 3 \doteq 0 \qquad \xi - 4 \doteq 0$$
$$x_1 = 3 \qquad x_2 = 4.$$

De oplossing eener ongelijkheidsopgave gaat er als volgt uitzien

$$\xi^2 - 7\xi + 12 \dot{<} 0$$
$$(\xi - 3)(\xi - 4) \dot{<} 0$$
$$3 < \xi < 4.$$

§ 26. Bij de invoering van veranderlijken ondergaan de beteekenissen van eenige woorden en teekens eene wijziging, waarop ik nog nergens de aandacht gevestigd heb gevonden. Laat α en β twee variabelen zijn; wat beteekent nu de „gelijkheid"

$$\alpha \doteq \beta?$$

Daar α en β geen getallen zijn, kan het teeken $\doteq$ niet de voor een of ander getallengebied gedefinieerde gelijkheidsbetrekking aangeven, de beteekenis moet gedefinieerd worden. Deze definitie ziet men nergens, maar men kan gemakkelijk uit het gebruik van het teeken afleiden, hoe zij moet luiden: De schrijfwijze $\alpha = \beta$ geeft eene *correspondentie* tusschen de waarden van de veranderlijke α en de waarden van de veranderlijke β aan, en wel zoo dat aan

[1]) Deze getallen noemt men dan „waarden" der veranderlijke.

een zeker getal als waarde van β hetzelfde getal als waarde van α is toegevoegd.

De beteekenis van $\alpha + \beta$ kan als volgt worden omschreven: $\alpha + \beta$ is eene veranderlijke, waarvan de waarden met die van α en van β op zoodanige wijze correspondeeren, dat aan eene waarde van α en eene waarde van β haar som als waarde van $\alpha + \beta$ is toegevoegd.

De notatie $\alpha > \beta$ beteekent dat aan iedere waarde van β eene grootere waarde van α is toegevoegd.

Op eene dergelijke wijze kan men de beteekenis van de overige verbindingen tusschen variabelen definieeren, en van de zoo gedefinieerde verbindingen kan men verschillende eigenschappen (commutativiteit, associativiteit, e. d.) bewijzen.

§ 27. *Constant.* Constant zijn beteekent niet veranderen als iets anders wel verandert, en is dus een relatief begrip.

Gelijk bekend is, definieert men eene functie van de veranderlijke ξ als eene *veranderlijke* waarvan de waarden uit de waarden van ξ kunnen worden afgeleid volgens een of ander voorschrift.

Nu kan het wezen, dat dit voorschrift zoodanig luidt, dat b. v. bij alle waarden van ξ tusschen 2 en 3 dezelfde waarde der functie behoort. In dat geval noemt men de functie in het bedoelde interval constant en heeft dan een voorbeeld van eene constante veranderlijke. De tegenstrijdigheid in deze zegswijze is schijnbaar, omdat in de definitie der wiskundige veranderlijke de veranderlijkheid niet dwingend is voorgeschreven, maar kan desniettemin bij het onderwijs veel last veroorzaken. Dit geval staat niet alleen: de eerste-graads *kromme* die *recht* is, en de *eenparige* beweging die eene *versnelling* heeft zijn algemeen bekend.

Dergelijke anomalieën zijn niet te vermijden dan door eene ingrijpende wijziging in de terminologie waarbij men woorden als „veranderlijke", „kromme", „versnelling", e. d. vervangen zou door woorden van neutralen, niet-suggestieven klank.

§ 28. *Briggsche logarithmen.* De strijd tegen germanismen als Newton*sche* (of Newton'*sche*) mechanica, Abel*sche* (Abel'*sche*) groepen e. d. lijkt hopeloos. Dat van den eigennaam Briggs het bijvoeglijk naamwoord Briggsch is gevormd, is wel bijzonder erg. De benaming *gewone* logarithmen lijkt mij wel zoo aanbevelenswaardig.

§ 29. *Variant.* Eene variant is eene oneindig voortloopende getallenrij; de eerste benaming heeft het voordeel kort te zijn, maar de tweede dat der neutraliteit (zie het slot van § 27). De variant kan nl. bestaan in de onbegrensde herhaling van eenzelfde getal (dit geval komt in elementaire beschouwingen nogal eens voor), men zou dan moeten spreken van eene *constante* variant.

In ouderwetsche algebraboeken treft men voor „oneindig voortloopende getallenrij" wel de benaming „veranderend getal" aan; deze benaming is m. i. onzinnig.

§ 30. *Limiet.* Wanneer de variant $a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots$ de eigenschap heeft, dat er een getal A bestaat, zoodat bij elk positief getal ε een getal p bepaald kan worden, zoodat voor elke natuurlijke waarde van n, die grooter is dan p $|A - a_n| < \varepsilon$, zegt men, dat A de limiet der variant is, of dat de variant A tot limiet heeft.

De uitdrukking: de variant „nadert tot" A is niet scherp genoeg; de uitdrukking „nadert onbepaald (onbeperkt) tot A" is iets beter.

De juiste notatie voor limieten van *varianten* lijkt mij

$$\lim a_i = A$$

of desnoods

$$\lim_{i \to \infty} a_i = A.$$

Wil men het geval, dat eene variant *onbeperkt toeneemt* (d. w. z. dat bij elk getal N een getal p kan worden bepaald, zoodat voor alle natuurlijke waarden van n die grooter zijn dan p: $a_n > N$) kort aangeven met behulp van het woord „oneindig" en het teeken ∞ dan moet men (zeker bij het onderwijs!) de volgende twee fouten vermijden:

1°. den leerlingen suggereeren dat ∞ een getal is,

2°. als limiet betitelen of voorstellen wat geen limiet is.

De zegswijzen:

de variant nadert tot oneindig

de variant heeft oneindig tot limiet

en de notaties

$$\lim a_i = \infty \qquad \lim_{i = \infty} a_i = \infty \qquad \lim_{i \to \infty} a_i = \infty$$

zijn niet van inwendige contradicties vrij („sinnwidrig") de eenige juiste notatie lijkt mij

$$a_i \to \infty \quad (\text{of } \underset{i \to \infty}{a_i \to \infty}).$$

Men kan dit uitspreken als: „de variant wordt oneindig", ik zou echter de uitdrukking „neemt onbeperkt toe" verkiezen (waarbij het noodig is, bovenstaande definitie te geven, om gevallen als

$$1, 1, 10, 1, 100, 1, 1000, 1, \ldots$$

uit te sluiten).

Dergelijke opmerkingen kan men maken omtrent $-\infty$.

Het is merkwaardig, zoo vaak als men in schoolboeken bij de bespreking van oneindig voortloopende processen de uitdrukkingen „eindelijk" en „ten slotte" leest.

§ 31. *Limietwaarden van functies.* Om niet te uitvoerig te worden, zie ik af van eene bespreking van rechter- en linkerlimieten.

Dat eene functie $f(\xi)$ voor de waarde x der veranderlijke de limietwaarde y heeft beteekent het volgende: bij elke variant die x tot limiet heeft, voor welker termen de functie f gedefinieerd is, en welker termen alle van x verschillen, behoort eene variant van functiewaarden die y tot limiet heeft. Dus is $\eta_i = f(\xi_i)$ en $\lim \xi_i = x$, dan is $\lim \eta_i = y$.

Men kan dit als volgt opschrijven:

$$\lim_{\xi \to x} f(\xi) = y.$$

De allengs meer en meer in gebruik komende schrijfwijze met $\xi \rightarrow x$ is verre te verkiezen boven de ouderwetsche, maar nog veel voorkomende schrijfwijze met $\xi = x$.

Het is bekend genoeg dat limietwaarde eener functie en functiewaarde volstrekt niet altijd gelijk zijn, men moet dus

$$\lim_{\xi \to x} f(\xi) \quad \text{en} \quad f(x)$$

niet verwarren.

Met betrekking tot het gebruik van ∞ (dat van $-\infty$ ga ik stilzwijgend voorbij) kan men verschillende gevallen onderscheiden.

1°. Bij alle onbeperkt toenemende varianten van waarden der onafhankelijk veranderlijke behooren varianten van functiewaarden die een getal L tot limiet hebben.

In dat geval kan men zeggen: „de functie heeft voor onbeperkt toenemende waarden der onafhankelijk veranderlijke L tot limiet", en schrijven

$$\lim_{\xi \to \infty} f(\xi) = \mathrm{L}.$$

De gebruikelijke schrijfwijze

$$f(\infty) = L$$

bevat twee fouten: zij stelt ∞ als een getal, nl. eene waarde van ξ, voor, en zij verwart functiewaarde en limietwaarde.

2°. Bij alle varianten van waarden der onafhankelijk veranderlijke, die een getal a tot limiet hebben, behooren varianten van functiewaarden die onbeperkt toenemen.

In dit geval kan men zeggen dat de functie oneindig wordt voor tot a naderende waarden der onafhankelijk veranderlijke; de juiste notatie is m. i.

$$\underset{\xi \to a}{f(\xi)} \to \infty.$$

De onzinnigheid van de gebruikelijke schrijfwijzen

$$\lim_{\xi = a} f(\xi) = \infty \qquad f(a) = \infty$$

zal de lezer zonder nader betoog wel inzien.[1])

3°. Bij alle varianten van waarden der onafhankelijk veranderlijke, die onbeperkt toenemen, behooren varianten van functiewaarden, die onbeperkt toenemen.

In dit geval kan men zeggen dat de functie onbeperkt toeneemt met de onafhankelijk veranderlijke; de juiste notatie is m. i.

$$\underset{\xi \to \infty}{f(\xi)} \to \infty$$

De zeer gebruikelijke schrijfwijze

$$f(\infty) = \infty$$

is eene opeenstapeling van dwaasheden, maar ook de schrijfwijze

$$\lim_{\xi \to \infty} f(\xi) = \infty$$

is fout, en de zegswijze, dat de functie oneindig tot limietwaarde heeft, is niet te verdedigen.

§ 32. *Oneindig klein.* Deze uitdrukking kan gemist worden, en behoort, wegens hare sterke vertroebelende werking, uit de school te worden verbannen.

§ 33. *Eigenlijke waarde eener functie, schijnbaar onbepaalde vorm.* Deze termen komen zonder verklaring in de Woordenlijst

[1]) $f(a)$ kan natuurlijk wel eene waarde hebben.

voor, de beteekenis wordt blijkbaar bekend geacht. Als ik het wel heb, wordt het volgende bedoeld: de breuk

$$f(\xi) = \frac{\xi^2 - 8\xi + 15}{\xi - 3} = \frac{(\xi - 3)(\xi - 5)}{\xi - 3}$$

is voor de waarde 3 van ξ „schijnbaar onbepaald" en de „eigenlijke waarde" is 3—5, d. i. —2.

Deze zegswijzen lijken mij bijzonder ongelukkig. De onbepaaldheid der uitdrukking is volstrekt niet schijnbaar, wat de *eigenlijke* waarde genoemd wordt is hier niet eens eene functiewaarde, maar de limietwaarde der functie. Men heeft

$$\lim_{\xi \to 3} f(\xi) = -2,$$

maar niet

$$f(3) = -2$$

want $f(3)$ bestaat niet.

§ 34. *Aangroeiing* of *toename* eener veranderlijke of functie. Wil men voor $\Delta\xi$ naast het woord „differentie" een Nederlandsch woord, dan lijkt „verandering" mij beter dan „aangroeiing" of „toeneming", daar deze laatste uitdrukkingen een grooter worden van de waarde der veranderlijke suggereeren.

(*Wordt vervolgd.*)

Naschrift. De heeren Verkaart (te Roermond) en Van Geuns (te Middelburg) zijn zoo vriendelijk geweest, mij mede te deelen, dat het woord *„ilatie-teeken"* is voorgesteld door Dr. J. G. van Deventer, in een artikel in „De Vriend der Wiskunde" (II, 1887, bldz. 220—224). Het woord is afgeleid van *εἴλειν*, te zamen nemen.

Het ligt in mijne bedoeling, opmerkingen van lezers in een naschrift te behandelen, als het artikel voltooid is.

OVER DE BETEEKENIS VAN DE NATUURWETENSCHAPPEN VOOR DE A-RICHTING

Voordracht uitgesproken door Prof. Dr. L. G. M. Baas Becking op de 103e Algemeene Vergadering van het Genootschap te Rotterdam op 2 Sept. 1933.

Mijnheer de Voorzitter, Dames en Heeren;

Met meer dan de gebruikelijke schroom richt ik hedenmorgen het woord tot U aangezien de taak, die ik mij zelven had gesteld en die ik nu moet volbrengen, door mij niet naar behooren kan worden vervuld. Voor dit falen kan ik vele redenen aanwijzen — doch de voornaamste is wel deze dat ik niet onbevooroordeeld kan staan in deze zaak en dit krachtens mijn opleiding en mijn natuurlijke neiging. Daardoor sta ik hier veroordeeld, maar krachtens Uw opleiding en Uw natuurlijke neiging zit gij daar evenzeer veroordeeld. Wij leven namelijk in een land waar reeds de voorbereidende opleiding de jonge loten buigt en snoeit zoodat het jonge boompje, uit uw kweekerij afgeleverd, veelal onherroepelijk een bepaalde vorm heeft aangenomen. Als botanicus moest ik nu de vraag opwerpen of datgene wat aan dat boompje gedaan is wel in overeenstemming is met de natuurlijke groei, of men niet uit natuurlijke struiken kroonboompjes — en uit een krachtige jonge eik een Japansch dwergboompje heeft trachten te maken — doch deze vraag, hoe aanlokkelijk hare beantwoording ook moge zijn, zal ik heden niet behandelen. Wij zullen dus als gegeven aannemen het schisma dat A en B heet en niet treden in een bespreking van de mérites van een dergelijke opvoeding.

Eenige jaren geleden behandelde ik, in een opstel in „de Gids", het onderwerp van de tweevoudige Nederlandsche beschaving, waarbij ik de A-lieden als Atheners, de B-leden als Boeotiers heb betiteld. Het is geloof ik niet overdreven te zeggen dat in dit land, meer dan op verschillende andere plaatsen van deze aarde, de klove tusschen beide levenshoudingen zeer groot is en dat het be-

staan van deze klove de oorzaak is van geestelijk isolement. Dit verschijnsel heeft drieërlei gevolgen en zoo ge wilt kunt u mijn formuleering van deze gevolgen als stellingen opvatten.

1) Een tekort aan inzicht in de humanistische richting van het denken (waaronder ik dan versta kunst, literatuur, historie, theologie en rechtswetenschap), belemmert de geestelijke ontplooiing van den natuuronderzoeker evenzeer als de ontwikkeling van den humanist wordt belemmerd door zijn negatie van datgene wat natuurwetenschap heet.

2) Deze persoonlijke tekortkomingen hebben een groote invloed op de ontwikkeling van de wetenschap, en wel zoodanig, dat door deze gedeeltelijke verblinding de verschillende takken van onze universitas steeds verder van elkander afgroeien, zoodat de synthese, of zelfs het onderling verstaan, steeds bezwaarlijker wordt.

Naast deze twee ideëele stellingen moet onvermijdelijk de practische genoemd worden:

3) De vervreemding tusschen de wetenschappen der menschelijke verhoudingen eenerzijds en tusschen de wetenschap der ons omringende natuur anderzijds, heeft diepgaande sociale en economische gevolgen.

Dus zoowel van de onwereldsche als van de wereldsche zijde wil ik deze zaak met U bespreken. Gedachten ijlen vaak een betoog vooruit en zoo zou ik gaarne ondervangen de vraag die bij mij zou rijzen, en die ik daarom vermoed dat nu bij U rijst.

Gesteld dat het hier beschreven schisma een realiteit is, gesteld dat het de gevolgen heeft zooals in deze stellingen beschreven — is het mogelijk, in de moderne maatschappij, om een universeel mensch te zijn? Bevestigen de groote en glanzende uitzonderingen, zooals da Vinci, Bacon, Goethe, Helmholtz en Borodin niet de regel dat wij, in onze eigen kunsten min of meer bedreven, slechts tot oppervlakkigen zouden worden door een teveel aan interesse? In zeker opzicht kunnen wij de eischen van deze beschaving vergelijken met een kaartspel, waarin men geen sans-à-tout mag spelen, doch steeds een kleur moet bekennen.

Op deze vraag ligt een antwoord voor de hand, een antwoord dat ik U verzoek in de geest te willen aanvaarden waarin het bedoeld is, namelijk zonder eenige bitterheid. Het antwoord is, dat reeds de helft van ons, namelijk zij die de natuurwetenschappen

beoefenen, over het algemeen wel eenig besef hebben van wat de andere helft doet, zoodat zij, zonder daardoor oppervlakkig te zijn, de groote namen en begrippen uit de A-vakken kennen — maar dat eveneens over het algemeen, van de zijde der A-menschen hierin niet veel reciprociteit bestaat. Voor honderd namen van vorsten uit uw geschiedenis, van profeten, kerkvaders en hervormers uit uw godsdienstleer, van schilders, beelhouwers, dichters en schrijvers; en wat veel belangrijker is, voor honderd daaraan verbonden begrippen; wat geeft gij ons daarvoor terug? Profiteor, hier spreekt een B-mensch, die maar al te sterk zijn gebrek aan algemeene beschaving beseft — maar evenals vele andere gemiddelde menschen besef ik iets van de beteekenis van een Shakespeare, ik zou zelfs, evenals zoo vele anderen, in staat zijn met U een gesprek te voeren over Shakespeare, waarin ik weliswaar veel van U zou kunnen leeren, maar waarbij wij toch de zelfde geestelijke taal zouden spreken. Maar zou ik dit gesprek met U kunnen voeren over mijne hoogepriesters? Over Pasteur bijvoorbeeld, of Liebig, of Priestley? Het pasteuriseeren van melk en het Liebig's vleeschextract, die U allen bekend zijn, geven blijk van het feit dat de nuttigheidsfactor, het helotisme van de 19e eeuwsche natuurwetenschap, datgene is wat blijkbaar het meeste indruk heeft gemaakt.

Het is dus niet een universalisme waarvoor ik hier zou willen pleiten, maar slechts dat, waar, om het schools uit te drukken, de humanistische wetenschappen ons eerste bijvak zijn, de natuurwetenschappen uw eerste bijvak *behoorden* te zijn.

Met deze toelichting heb ik mijn stellingen nog niet verdedigd en voordat ik daartoe overga moet mij nog een opmerking van het hart. Ik heb niet veel hoop dat mijn woorden bij U weerklank zullen vinden, daarvoor zijn wij teveel van elkander vervreemd — maar toch verwacht ik dat wat ik als desiderata zal noemen U als van ernstiger aard zal opvatten als de wenken die U zoo herhaaldelijk gegeven worden, zooiets als „eet meer brood — of appels — of gist — of rozijnen, leert zwemmen, koopt een auto", wenken, waarbij weliswaar dikwijls meer dan een direct economisch belang wordt beoogd, maar die toch (en hier spreekt weer mijn eenzijdigheid) van minder algemeen en ideëel belang zijn te achten dan de overbrugging van een klove — een ravijn die twee geesteshoudingen scheidt.

En zoo U mijn verhaal hier en daar wat lichtvaardig mocht voor-

komen, en U zou doen herinneren aan de genoemde wenken tot heil van Uw lichamelijk welzijn, zoo wil ik zeggen dat het niet aan een ieder gegeven is de betoogtrant te volgen, die bij de bespreking van een ernstige zaak, volgens de meening van velen, past. En moge daarom datgene wat ik zeg minder ernstig klinken, het is daarom niet minder ernstig gemeend.

Wat mijn eerste stelling betreft, namelijk dat de bedoelde eenzijdigheid belemmerend werkt op de geestelijke ontplooiing van de wetenschappelijke werker, zoo wil ik deze stelling in de eerste plaats omkeeren en U wijzen op de bevruchtende invloed die de toepassing van de natuurwetenschappen op de A-wetenschappen kan hebben. Hierbij denk ik in de eerste plaats aan de inspiratie die kunstenaars in den ruimsten zin des woords ontvangen hebben en nog steeds ontvangen van de natuurwetenschappen.

Zij, de schrijvers, de dichters, de schilders en de beeldhouwers zijn wel degenen onder U die het dichtste bij ons staan, omdat hun directe drijfveeren identiek zijn met de onze.

Zij volgen ook het praecept, pantoon dokimazète, to kalon katechète; onderzoekt alles en behoudt het schoone, het gave, datgene wat harmonisch sluit in de legpuzzle van ons wereldbeeld. Zij hebben ons zoo vaak de hand reeds toegestoken, en lang voor Goethe kwam hebben zij reeds begrepen datgene wat zoo nobel door Francis Bacon is gezegd . . . .

„Wanneer de mensch de werkplaats verlaat en de bibliotheek binnentreedt, en zich vergaapt aan de oneindige verscheidenheid van boeken die hij daar ziet, laat hem slechts met ijver kennis nemen wat deze boeken bevatten, en zijn bewondering zal verdwijnen; want nadat hij de eindelooze herhalingen heeft waargenomen, en hoe de mensch steeds zegt en doet wat reeds lang te voren gezegd en gedaan is zal hij zich verbazen over de armoede en de karigheid van de onderwerpen die tot op heden de geesten der menschen bezig gehouden en bezeten hebben."

De natuur met haar rijkdommen staat hier tegenover den mensch in zijn armoede en beiden, kunstenaars en werkers in de natuurwetenschap hebben het voorrecht, niet in de eerste plaats de mensch, maar in de eerste plaats Gods natuur te mogen verheerlijken. Poincaré (niet de A- maar de B-Poincaré) zegt dat de natuurwetenschap wordt beoefend om de vreugde die zij verschaft en dat die vreugde voorspruit uit schoonheid. Met deze schoon-

heid bedoelt hij niet in de eerste plaats aesthetische schoonheid (die komt toch ook bij kunstenaars niet in de eerste plaats in aanmerking). Het is een geestelijk besef, iets van de harmonie der componenten, iets van het eindelooze te zien in een eindigheid, iets te beseffen van een wetmatigheid in een angstverwekkende chaos.

Het is niet alleen dit zoeken naar schoonheid dat ons verbindt, het is ook het zoeken naar waarachtigheid. Al zijn godsdienst en wetenschap verschillende voedsels voor de geest, zij worden toch door dezelfde geestelijke stofwisselingsprocessen verwerkt en alhoewel de geloovige in de eerste plaats het vlietende, het instabiele van het weten stelt tegenover de vastheid van zijn geloof, kent de natuurwetenschap ook het vertrouwen, het wordt gedreven op vertrouwen, op kinderlijk en blind vertrouwen dat alleen het experiment mogelijk maakt; zooals Gilbert Lewis zegt: de kracht der wetenschap is haar naïviteit. Zij kent ook, zij het op lager plan, een belijdenis. De rust en de volharding die noodzakelijk zijn voor haar ontwikkeling, wordt juist door godsdienstigen begrepen en het behoeft ons dan ook geen verwondering te baren dat juist geestelijken zoo veel hebben bijgedragen tot de ontwikkeling van de natuurwetenschap; Needham, Spallanzani, Mendel, Priestley — om maar eenigen te noemen; terwijl — en men kan dit met vele voorbeelden staven — die wetenschap geen wijziging in hun religieuze grondstellingen veroorzaakte, maar vele leerstellingen scherper naar voren deed komen. De philosoof neemt eveneens kennis van de natuurwetenschap, moet dit doen teneinde een wereldbeeld te kunnen scheppen. Hij is een derde voorbeeld van de verrijking van de geest, zoo deze slechts van de bibliotheek naar de werkplaats wil afdalen.

Ik heb nu argumenten aangevoerd voor het omgekeerde van mijn eerste stelling, waaruit de stelling zelve nog niet plausibel gemaakt is. Let wel, het gaat hier om het persoonlijke, geestelijke heil dat men uit de natuurwetenschap zou kunnen verkrijgen. Laat ik dan aanhalen wat J. van der Bilt zegt van de sterrenhemel. „Het geeft zich in eeuwige pracht, waardig in den ernst van zijn schijnbare rust, aan alle geslachten, en kan door de menschen vaak beter begrepen worden dan menig gewrocht van eigen geest."

Het contact met een stuk niet-menschelijke werkelijkheid kan in vele gevallen een goed tegengif zijn voor U die zooveel menschelijkheid met menschen bespreekt, want hij die wijsheid van men-

schen verzamelt, verzamelt smart, maar hij die dingen beziet, verzamelt vreugde (met verontschuldiging aan Koning Salomo). Maar in de uitspraak van den astronoom (die voor alle natuurwetenschappen geldt) ligt méér dan deze drang naar delectatie. Het besef dat buiten de zaken der menschheid nog wel iets meer bestaat, dat die natuur niet alleen een appelenboomgaard is, gemaakt voor ons gebruik — dit kleine sprongetje van Ptolemeus naar Copernicus — het is wel nuttige gymnastiek. En wanneer dan met de man die door Bacon van de werkplaats naar de bibliotheek werd gestuurd bij U de twijfel rijst of onze zelfbeschrijving niet alleen in het licht van den Schepper, maar ook in het licht van de Schepping wel veel beteekenis heeft — dan zijt gij een begrip rijker geworden.

Het kernbegrip van de natuurwetenschap „de nobis ipsis silemus"; over onszelve zwijgen wij.

Gebrek aan tijd gebiedt mij voort te gaan en verder te bespreken mijn tweede stelling, die inhoudt dat de ontwikkeling der wetenschap ongunstig wordt beinvloed door de doorgevoerde segregatie.

In stelling 1) dienden wij onszelven, nu dienen wij de wetenschap, die ik ook weer hier niet van de kunst gescheiden kan houden. Onder de literatoren noem ik Lewis en Huxley, onder de historici mijn vereerde collega J. Huizinga, onder de dichters Bridges, die mij toeschijnen de rol te hebben vervuld of nog te vervullen van „officiers de liaison" tusschen de twee domeinen. Huizinga van de A-kant, E. Dijksterhuis van de B-zijde gaven ons in het afgeloopen jaar in de te Leiden gehouden Historische Voordrachten een prachtig voorbeeld van synthese. Opvallend was hierbij de bijna ontstellende onwetendheid van onze zijde betreffende verschillende zaken die Huizinga omtrent het geestelijk leven der 18e eeuw vermeldde, terwijl voor de andere richting evenzeer verscheidene volkomen nieuwe begrippen aan het licht kwamen. Het groote belang van de wisselwerking tusschen geestelijk leven en natuurwetenschap in de 18e eeuw bleek uit deze voordrachten, een zaak die slechts door samenwerking van beide richtingen mogelijk was. Hoeveel hier nog gedaan zou kunnen worden laat zich zelfs niet bij benadering schatten.

In het volgende Academische jaar zal een groep, waarvan collegae van Itallie en van Bemmelen deel uitmaken, verschillende problemen op het gebied der criminologie behandelen. Het is te verwachten dat ook voor dit onderwerp groote belangstelling zal bestaan. Dit

daadwerkelijk samengaan tusschen de verschillende richtingen toont hoezeer de behoefte naar synthese bij velen onzer wordt gevoeld. Men zou kunnen opmerken, dat de genoemde gebieden, cultuurgeschiedenis zoowel als criminalistiek, zich bij uitstek leenen tot zulk een synthese, maar dat deze op andere gebieden verder te zoeken zou zijn. Zeker, er zijn zulke „overbruggende" vakken, men denke slechts aan de economie en de psychologie. Bij de bestudeering van deze wetenschappen zal men zonder een behoorlijke dosis natuurwetenschap wel spoedig in moeilijkheden geraken. Doch ook bij andere gebieden, bijvoorbeeld de classieke studiën schijnt het mij toe (en hier spreekt wellicht de leek) dat men bij deze studiën wellicht ook wel de stand der antieke natuurwetenschap zou kunnen vermelden. Boeken zooals Diels' Antike Technik, V. Lippmann's werk over de Geschiedenis der Chemie, Dijksterhuis' Boek over Euclides bevatten kostelijk materiaal. Zelve heb ik in mijn vrijen tijd de geschiedenis der zoutbereiding nagegaan. Hoewel dit klein werk is gebleven heeft het toch voor mij de antieke wereld een relief gegeven, die ik als B-barbaar niet vermoed had. Geen uwer acht het nu, beleefdheidshalve reeds, onmogelijk dat een classicus, door de bestudeering van antieke natuurwetenschap wellicht relief zou zien in die natuurwetenschap, een gebied dat voor hem gesloten was? Doch om deze overbrugging te kunnen verrichten dienen wij, tenminste eenigszins, elkanders taal te spreken. En deze talen dienen dus onderwezen te worden.

Ondanks de geisoleerde pogingen, waarvan ik er eenige heb vermeld, blijft toch uw geestesrijk en het onze gescheiden; en daaraan heeft de traditie een niet geringe schuld. Gij zijt de geestesaristocraten, wij zijn de „upstarts". Wij zijn degenen die in de negentiende eeuw vaak luide van de nieuwe veroveringen kond deden en U daarmede schrijnden. De rechtlijnige plantage met geselecteerd materiaal beplant, de ronkende motor, de insipide luidspreker en de kwetterende gramofoon, zij zijn voor U wellicht het symbool van de natuurwetenschap, om niet te spreken van de opgeloste „Welträtsel" en andere monistische pogingen. Laat ik U gerust stellen: datgene wat U beleedigt, deert ons evenzeer.

De toepassing van de natuurwetenschap, en nog in hoogere mate de exploitatie van deze toepassing heeft zich voltrokken op een wijze die veelal niet in overeenstemming is met de idealen dezer

wetenschap. De economie staat dan ook in de laatste jaren slechts met haar post-mortem klaar, maar kan geen lijn en geen voorspelling geven. De juris studiosus van heden is wellicht de wetgever van morgen — en heel het apparaat van toegepaste natuurwetenschap, een groot schakelbord, wordt in zijn handen gegeven. Zou hij, die zelfs niet beseft hoe zijn telefoon werkt, de schakeling in dit warnet van draden kunnen vinden? Mogen ook de Boeotiers, als vertrouwde meesterknechts, hem raden, aan hem is de eindbeslissing. Chemie is voor hem „das, was knallt und stinkt", de Hertz'sche golven goed genoeg om te converteeren in dansmuziek. Onlangs schreef collega Weevers nog in het Vakblad voor Biologen hoe in een door de Regeering uitgegeven boek, dat officieele gegevens over Nederland moet bevatten, de biologie onder de physica werd vermeld en op welke wijze dit geschiedde.

Deze miskenning van de natuurwetenschap vinden wij niet alleen in een dergelijk milieu. Reeds onder de jonge studenten valt op het gebrek aan eerbied voor het instrument, en voor de wijze waarop het is tot stand gekomen, en meestal een totaal gebrek aan inzicht hoe het werkt. Het gebruiksding is iets vanzelfsprekends geworden, en de integraal van al deze gebruiksdingen, waarvan wij niet meer weten hoe zij werken, dat is de moderne maatschappij. De maatschappij, een integraal van toegepaste chemie, toegepaste physica, toegepaste biologie, geregeerd door hen die nooit in staat waren gesteld om kennis te nemen van deze wetenschappen. In een zeer onlangs geschreven brochure beschrijft collega van Calcar de gevolgen van deze leemte op zeer overtuigende wijze en aan zijn betoog, vooral waar het betreft het belang van de grondwetten der biologie voor aanstaande juristen kan ik niets toevoegen. Overbodig te zeggen hoe hier de gedachten onwillekeurig gaan naar een ander gevaar: de toepassing van biologische theorieën op maatschappelijke toestanden, ook daar waar de experimenteele grondslag ten eenenmale ontbreekt en over welke toepassing de wetgever wederom tot oordeelen onbevoegd is. Reeds lang was het de gewoonte om op advertenties voor gebruiksartikelen lieden met witte jassen af te beelden, die weliswaar vaak hun microscoop in omgekeerde positie voor zich hadden geplaatst, maar toch, door hun geruststellende aanwezigheid een zeker cachet verleenden aan datgene wat verkocht moest worden. Men heeft zich niet ontzien om ook op grootere schaal, en ditmaal niet slechts uit economische

overwegingen, het mom der wetenschap te gebruiken om een ander gelaat te verbergen.

De meeste onder Uwe leerlingen zullen maatschappelijke verantwoordelijkheid op de een of andere wijze hebben te dragen. Het is niet slechts een oratio pro domo dat ik als mijn overtuiging geef dat nòch de speelvelden van Eton en Harrow alleen, nòch de arcadische vreugden van het classicisme alleen, nòch een combinatie van beiden hen voor deze taak de grondslagen kunnen verschaffen.

Zoowel dus ter wille van eigen inkeer, als ter wille van onze universitas, als ter wille van de maatschappij spreek ik dan de vurige wensch uit dat aan ieder, meer dan tot nu toe het geval is geweest, de gelegenheid worde geboden om kennis te nemen van de natuurwetenschappen die 1) in het moderne denken een zoo groote rol spelen, die 2) een der meest fundamenteele componenten zijn van de wetenschap, die 3) ons bestaan in deze maatschappij mogelijk maken.

Civilisatie en cultuur zijn te lang gescheiden geweest — mogen wij het nog in onzen tijd beleven het begin van een renaissance te zien.

UIT DE EERSTE DAGEN VAN DE NIET-EUCLIDISCHE MEETKUNDE [1])

DOOR

Prof. Dr. H. J. DE VLEESCHAUWER

Universiteit Gent.

Ik kan er niet verantwoordelijk voor gesteld worden, dat ik in het vervolg over geen wiskunde zal spreken. De episode uit de voorgeschiedenis der niet-Euclidische meetkunde, die ik moet vertellen, is er zelf aansprakelijk voor (2), en dat bewijst reeds genoeg hoe de benaming „niet-Euclidische meetkunde" cum grano salis dient verstaan. Immers de niet-Euclidische meetkunde steunt op de wiskundige deductie voortspruitende uit de verwerping van het beroemde, Euclidische parallellenpostulaat. Welnu, daaraan heeft de auteur waarover ik het hier zal hebben, geen oogenblik gedacht, en overwegingen van dien aard waren hem stellig vreemd. Meer gelijkenis vertoont onze episode met die andere, van de klassieke afwijkende meetkunde, die zeker van de Euclidische moet onderscheiden worden wegens een aantal verschillen, waartoe juist dimensioneele behooren, zoodat, naar mij Dr. Dijksterhuis vriendelijk meedeelde, deze episode meer in de lijn ligt van deze laatste afwijkingen van het Euclidisch systeem en derhalve sterker herinnert aan denkbeelden, die wij bij Riemann en ook bij Einstein dan wel bij Gauss en cs. aantreffen. Dit weze er bij gevoegd om den lezer te behoeden voor misvatting van den titel, dien ik bij gebrek

---

[1]) Gedeeltelijke omwerking van een in het Wis- en Natuurkundig Tijdschrift 1933 Dl. VI, blz. 215—222 verschenen artikel onder denzelfden titel.

[2]) Dr. E. J. Dijksterhuis heeft de vriendelijkheid gehad mijne aandacht te vestigen op het feit, dat het gebruik van den term „niet-Euclidische" voor wiskundige lezers verwarring kan stichten, ofschoon deze term in de wijsbegeerte bestendig gebuikt wordt. Deze opmerking is zeer gegrond en ik neem er dankbaar notitie van in deze bladzijden.

aan een betere behoud. Van dit historisch oogpunt uit beschouwd, beteekent zij toch een van de eerste (en naar mijn beste weten het eerste) vermoedens eener meetkunde, welke afwijkt van de klassieke en die naderhand in den loop van de XIXde eeuw den dubbelen weg is ingeslagen waaraan ik zooeven met een woord heb herinnerd. De grondslagen van dit vroegtijdig vermoeden zijn echter van physico-metaphysischen aard en niet van wiskundigen aard. Het dagteekent van ongeveer vijftig jaar voor de eerste conjectures van Gauss [1]), en van bijna een eeuw vroeger dan de desbetreffende werken van Bolyai en Lobatchewsky [2]), die hun oorsprong vinden in de verwerping van het parallellenpostulaat, en voor wat de tweede richting betreft, waarop onze episode duidelijker gelijkt, is de precedentie sterker en grooter. Het werk waarin zij vervat is, caracteriseert zeer goed de episode zelf in de volgende termen: „Es ist wahr, der Grund dieses Gedanken ist metaphysisch und also nicht nach dem Geschmacke der itzigen Naturlehrer [1]). In den loop van de XVIIIde eeuw waren wijsbegeerte, wis- en natuurkunde, vrijwel niet gedifferencieerd van elkander, samengebracht onder de etiquette van philosophie; Leibniz, Newton, de Bernoulli's, d'Alembert, Euler en Kant bewandelden het grensgebied, dat wijsgeerige bespiegeling en exacte navorsching zich in de XIXde eeuw hebben verdeeld. Vandaar vloeit de niet-wiskundige grondslag voort, waarop het vermoeden van de mogelijkheid eener andere dan de Euclidische meetkunde steunde.

Dit vermoeden treffen wij aan in de doctorale dissertatie van een twee en twintig jarig student in de wijsbegeerte aan de universiteit te Königsberg, den later beroemd geworden wijsgeer Immanel Kant, en in een verband, waarin het, te midden een reeds

---

[1]) Gauss aan Schumacher 28 Nov. 1846 (Gauss *Werke* ed. F. Klein Dl. VIII, blz. 231); cf. aan Schumacher 17 Mei 1831 (ib. blz. 213; aan Gerling 14 Febr. 1832 (ib. blz. 220); aan Bolyai Sr. 6 Maart 1832 (ib. blz. 221).

[2]) Bolyai: *Appendix scientiam spatii absolute veram exhibens* enz. Maros Vasarhely 1832; Lobatschewsky: *O natschalach geometrii* (Over de eerste grondslagen der meetkunde) Kasan 1829 en *Woobrashajemaja geometrizia* (Imaginaire meetkunde) Kasan 1835.

[1]) Kant, I. *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendige Kräfte,* enz. Königsberg 1746—1749 § 51 (ed. O. Bueck Philos. Biblioth. Dl. 49 Leipzig Meiner blz. 69). Volgens Engel Stäckel (*Die Theorie der parallellinien von Euklid bis auf Gauss,* Leipzig 1895 blz. VII) grenst het vraagstuk der parallellentheorie nog aan de metaphysica in de oogen van Gauss.

bij verschijnen verouderd stel discussies van mechanischen aard, doorbreekt als een geniale blik in de toekomst geworpen. Kant's dissertatie [1]) waarvan de druk in 1746 begonnen maar eerst door allerlei tegenspoed in 1749 voltooid werd, heeft voor doel een strijd te beslechten, die zoowel voor de wijsbegeerte als voor de natuurwetenschap, van groot belang was, de strijd nl. tusschen het statisch atomisme van de Cartesiaansche physica en de dynamische monadologie van Leibniz, twee theorieën, die in vinnige tegenspraak kwamen te staan tot elkander bij het vraagstuk over de waarde en het meten van de krachtontwikkeling in de natuurkunde. Deze waarde legde Descartes vast in de formule MV, Leibniz in de andere MV^2 [2]). Dit geweldig dispuut, waarrond zich gedurende tientallen jaren twee scholen cristalliseerden, waarin o.m. Papin en Clarke de partij van Descartes, Wolf, de Bernoulli's, Van Musschenbroek en 's Gravesande de partij van Leibniz kozen, werd aangewakkerd door de inmenging van andere, even betwiste problemen, zoo b.v. de philosophische droomerij over de mogelijke pluraliteit van de werelden (hoofdzakelijk van Franschen oorsprong) en de ware natuur van de ruimte.

Kant's redeneerwijze, welke in de denkbaarheid eener niet-Euclidische meetkunde uitmondt, kan gemakkelijk gevolgd worden, wanneer de historische contingenties waarin hij zijne dissertatie mediteerde, duidelijk voor oogen staan. Duitschland leefde onder de alleenheerschappij van Leibniz' wijsbegeerte, gepopulariseerd door zijn discipel, Chr. Wolf, doch de „Principia mathematica" van Newton hadden een diepen weerklank gevonden en vormden een ernstige bedreiging voor het compacte bloc der

---

[1]) Kant (Imm.), *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte und Beurtheilung der Beweise, derer sich Herr von Leibniz und andere Mechanicker in dieser Streitsache bedienet haben, nebst einigen vorhergehenden Betrachtungen, welche die Kraft der Körper überhaupt betreffen*". Königsberg 1746—1749.

[2]) De betwisting vindt haar oorsprong in Descartes' *Principia philosophiæ*. Amsterdam 1644. Deuxième partie §§ 35 sq. Leibniz' eerste verhandeling luidde: *„Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii"* gepubliceerd in de Acta Eruditorium van Leipzig 1686, blz. 161—163. Herhaaldelijk keerde hij later terug op deze twistvraag om ze ten slotte op de volledigste wijze te behandelen in het *„Specimen dynamicum pro admirandis naturæ legibus circa corporum vires et mutuas actiones detegendis et ad suas causas revocandis"*, ook verschenen in de Acta Eruditorum 1695.

Wolfianen. Descartes verdeelde het heelal over twee substanties (stof en geest) wier volstrekte heterogeneïteit alle rechtstreeksche wisselwerking en beinvloeding uitsloot. De metaphysica zag zich verplicht terug te grijpen tot een voortdurende medewerking van God om elk causale betrekking binnen het heelal te verklaren. In tegenstelling met Descartes' atoom beschouwt Leibniz zijn „element", monade geheeten, als een centrum van energie, maar in aansluiting met Descartes' physica bleef de monade een in zich zelf besloten wereld, die buiten hare grenzen niet treden kon en die derhalve geen samengesteld wezen als de stof kon verwezenlijken. Deze samenstelling en wisselwerking resulteeren uit een oorspronkelijke harmonie, waardoor in elke monade gerepresenteerd wordt wat in de andere geschiedt en de natuur als een ordevol verband van monaden door deze goddelijke voorbeschikking tot stand komt. Deze stelling bepaalt Leibniz' idee van de ruimte. Zij is in zijn oogen geen zelfstandig wezen, maar de ideëele voorstelling van de orde welke heerscht tusschen de natuurobjecten, en daar deze geen onmiddellijke causaliteit kunnen uitoefenen op elkander, beperkt zich zijn ruimte tot de voorstelling van de louter coëxistentieele orde tusschen de dingen. Zij steunt derhalve niet op een bepaalde natuurdynamica, terwijl aan den anderen kant de Newtoniaansche mechanica aan de ruimte het volle zelfstandig karakter van een natuurobject verleende.

Kant nu, die gedurende zijn geheele loopbaan in zijn wijsgeerig en natuurwetenschappelijk werk een conciliëerende strekking tot uiting brengt, tracht ook wat betreft de ruimte de heerschende standpunten van Leibniz en Newton in zijn dissertatie met elkander te verzoenen [1]), en zijn persoonlijke theorie te construeeren als een organische verbinding van de vorige twee. Hij staat wortelvast in den bodem van Leibniz' monadenleer in zoover hij de ruimte beschouwt als de ideële voorstelling van de onderlinge orde der natuurobjecten [2]), doch onder invloed van Newton en Wolf weet hij aan de strict monadologische samenstelling van de stof te ontkomen, waarin alle werkzaamheid haar ontstaan dankt

---

[1]) *Lebend. Kräfte.* Vorrede ed. Bueck, blz. 15 in fine.

[2]) Eerst 29 jaar later, in 1768 *(Ueb. d. Unterscheidung d. Gegenden im Raume)* bekeert hij zich tot de volstrekte ruimte van Newton, om twee jaar later in zijn dissertatie: *De Mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis,* dit leerstuk opnieuw af te zweren.

aan de „moira” eener door God voorbeschikte harmonie. Hij kent inderdaad aan de monaden de kracht toe buiten zich zelf te treden, met andere in actieve verbinding te komen, op andere in te werken en den inwendigen toestand in een andere te wijzigen [1]). Die krachtontwikkeling stelt hij zich voor als geschiedende volgens volgens de verhouding aangegeven door Newton, waardoor de orde tot stand gebracht wordt die wij de ruimte noemen [2]). De ruimte is derhalve de resultante van een „reëele” krachtontwikkeling der substanties; zij bezit een werkelijken grondslag, waaruit Kant's verwantschap met Newton voldoende duidelijk wordt. Zij is het totaal van de substanties, hetwelk als zoodanig door hunne onderlinge activiteit tot stand komt [3]).

Steunende op deze opvatting van de ruimte en gebruik makende van Leibniz' beginsel, volgens hetwelk alles wat is voor zijn bestaan en wezenheid een voldoende reden hebben moet, besluit Kant, dat de voldoende grond van de ruimte in de physische kracht ligt en dat bijgevolg al de eigenschappen die wij aan de ruimte toekennen, moeten kunnen herleid worden tot eigenschappen van de krachtontwikkeling in de natuur [4]). Deze afleiding komt hierop neer, dat Kant de volstrekte afhankelijkheid leert van de ruimte en hare eigenschappen van de bijzondere wetmatigheid die in de physische natuur wordt waargenomen [5]). De wettelijke natuurorde aan den anderen kant, waarvan Kant een van de eerste en van de meest overtuigde verdedigers was in Duitschland, is dezelfde als die welke Newton in zijn „Principia mathematica” had vastgelegd en welke beheerscht wordt door de gravitatiewet. Deze wet is dan ook voor Kant de grondslag van de ruimte-eigenschappen, waaronder hij met een kennelijke voorkeur de tridimensionaliteit beschouwt. Op deze eigenschap berusten èn onze zintuigelijke aanschouwingswereld èn de Euclidische meetkunde. Welnu, deze eigenschap ontleent hare bestaansreden enkel en alleen aan het feit, dat de onderlinge activiteit van de natuurobjecten geschiedt in de verhoudingen uitgedrukt door Newton's gravitatiewet, en zoo zien wij Kant, na een vruchtelooze poging

---

1) Volgens *Leb. Kräfte*, § 4, ed. Bueck, blz. 18.
2) *Leb. Kräfte*, § 9, ed. Bueck, blz. 23.
3) *Leb. Kräfte*, § 10, ed. Bueck, blz. 24.
4) *Leb. Kräfte*, § 10, ed. Bueck, blz. 24.
5) *Leb. Kräfte*, § 9, ed. Bueck, blz. 23.

om het aantal afmetingen van de ruimte af te leiden uit een eigenaardigheid van de getallen [1]), zijn toevlucht nemen tot de innige solidariteit van de Newtoniaansche mechanica en de ruimtebepalingen. Wij kunnen slechts betreuren, dat Kant deze afleiding niet in hare bijzonderheden aangegeven heeft; buiten hare bevestiging vernemen wij daaromtrent niets belangwekkends [2]).

Doch hij gaat verder in zijne redeneering. Onze subjectief-zintuigelijke organisatie verplicht ons de ruimte met de drie Euclidische afmetingen voor te stellen ter wille van hetzelfde spel der mechanische natuurwettelijkheid. Wij vangen de indrukken van de buitenwereld op, wij ondergaan de „phainomena" van de dingen volgens dezelfde verhoudingen. Bovendien geschiedt onze subjectieve werking naar buiten volgens dezelfde wetmatigheid, zoodat onze zintuigenwereld van passieve en actieve zijde uit gebonden is aan de mechanische wettelijkheid van Newton's natuurconceptie [3]). Telkens onze zintuigen in verbinding komen met de verschijnselen of er van hen een invloed op de verschijnselen uitgaat (al is deze slechts van voorstellenden aard) wordt alles door de gravitatie geconditioneerd. De orde van de substanties (m.a.w. de ruimte) wordt tot de drievoudige afmeting bepaald door de gravitatie, en het kennend subject, eveneens organisch gebonden aan die wet in al zijn uitingen, kan de orde slechts waarnemen onder de afmetingen die door de gravitatie bepaald zijn, vermits het deel heeft in de mechanische orde, welke er door beheerscht wordt. De orde van de substanties, bij Kant van dynamischen aard in plaats van louter coëxistentieelen aard, is identisch met de algemeene wetmatigheid van Newton's mechanisch systeem.

Hier echter ligt het springende punt in Kant's redeneering. Hij vraagt zich af: de tridimensionaliteit is voor ons de eenige, intuitief-voorstelbare eigenschap van de ruimte. Vloeit daaruit noodzakelijk voort dat zij de eenig mogelijke is? Bij deze vraag wordt Kant opnieuw wijsgeer. Een ruimte met meer dan drie afmetingen (het aantal boezemt hem geen belang in) is logisch mogelijk, omdat volgens het Wolfiaansche dogma alles wat geen tegenspraak behelst logisch mogelijk geacht moet worden. Welnu, een ruimte met

---

1) *Leb. Kräfte,* § 9, ed. Bueck, blz. 23—24.
2) *Leb. Kräfte,* § 10, ed. Bueck, blz. 24.
3) *Leb. Kräfte,* § 10, ed. Bueck, blz. 25 (in fine).

vier afmetingen b.v. is geen tegenspraak zooals een „vierkante cirkel". Wel staat zij in tegenspraak met de actueele ervaring, doch wij weten waarom. De ervaring wordt geregeerd door de gravitatie. Zij gaat derhalve in tegen de zintuigelijke opneming van natuurindrukken, omdat zij in dezelfde wetmatige orde als de natuur betrokken is. Het komt er dus op aan de vraag niet in de eerste plaats voor de ruimte, maar wel voor de wettelijke natuurorde, zooals N e w t o n ze zich voorspiegelde, te stellen. Is het dynamisch stelsel volgens de gravitatie het eenig mogelijke? Begrijpelijker wijze blijft de mechanica zelf het antwoord op deze vraag schuldig; het waarom van de physische verschijnselen tracht ze niet te doorpeilen, maar K a n t, die een metaphysicus van aanleg en beroep was, appeleert bij deze vraag aan de metaphysica. Het huidige dynamische stelsel bestaat omdat God het aldus tot stand gebracht heeft, en daar God al het mogelijke realiseeren kan, kon hij een wereld scheppen, wiens mechanische orde niet aan de Newtoniaansche beantwoordt, en waarin als gevolg daarvan de ruimte andere eigenschappen dan de Euclidische moet vertoonen. Anderzijds voelt men het duidelijk aan, dat K a n t niet alleen overtuigd was van de zuivere mogelijkheid, mar zelfs van de realiteit van werelden, welke niet aan de onze beantwoorden en tot de onze in geenerlei verhouding staan. Hij smeedt treffende formules om zulks scherp uit te drukken, zoo b.v. dat er meer dan één heelal kan bestaan [1]; dat het waarschijnlijk is dat er meer bestaan [2]; dat er dingen kunnen bestaan zonder ergens voorhanden te zijn [3], enz. Het is in dit verband dat K a n t het vermoeden eener niet-Euclidische meetkunde uitspreekt en dezelve verklaart voor de hoogste meetkunde die een eindig menschenverstand kan construeeren. Deze blik in de toekomst ligt in de volgende treffende passus besloten:

„Ik houd het er voor, 1°. dat de substanties in de bestaande wereld, waarvan wij ook deel uitmaken, reëele krachten bezitten, dat hunne werking met betrekking tot andere zich verhoudt volgens de omgekeerde proportionaliteit met het quadraat van de afstanden; 2°. dat het geheel, hetwelk daaruit voortvloeit, dank zij dezelfde wet, de eigenschap der tridimensionaliteit bezit; 3°. dat deze wet willekeurig is en dat God in de plaats daarvan een andere had

---

[1]) *Leb. Kräfte,* § 8, ed. Bueck, blz. 22.
[2]) *Leb. Kräfte,* § 11, ed. Bueck, blz. 25.
[3]) *Leb. Kräfte,* § 7, ed. Bueck, blz. 21.

kunnen verkiezen, zooals b.v. de omgekeerde verhouding met het kubiek van de afstanden; 4°. dat eindelijk uit een andere wet ook een uitgebreidheid zou voortvloeien met andere eigenschappen en afmetingen. *De wetenschap van alle de mogelijke ruimtesoorten zou ongetwijfeld de hoogste meetkunde zijn die door een eindig verstand zou kunnen ondernomen worden.* De onmogelijkheid voor ons een ruimte met meer dan drie afmetingen voor te stellen, schijnt voort te vloeien uit het feit, dat onze ziel ook hare indrukken van buiten af ontvangt volgens de wet der dubbele omgekeerde verhouding, en dat haar wezen zelf gemaakt is niet alleen om op die wijze te ondergaan, maar ook om op die wijze buiten zich zelf te treden" [1]).

Het zou stellig belangwekkend zijn na te gaan of het gedurende Kant's loopbaan bij dit vermoeden en deze intuitie gebleven is. Dit zou me echter voeren tot een zeer uitvoerige ontleding van de verschillende stadia, welke Kant's ruimtetheorie tot het criticisme toe heeft moeten doorloopen. Ik beperk me dienvolgens tot enkele peilingen in zijn werken. Kant heeft ons vraagstuk en zijn toevallige vermelding in de doctordissertatie nooit meer ex professo aangeraakt, en in dezen zin moet de vroeger besproken tekst als een volstrekt unicum beschouwd worden. Doch wij kunnen de vraag op een andere wijze stellen: heeft Kant gedurende zijn vijftigjarige wetenschappelijke loopbaan een ruimtetheorie aangekleefd en gedoceerd, welke met dit vermoeden van de eerste uur in tegenspraak is? Dit nu wordt vaak bevestigend, maar ook vaak ontkennend beantwoord, maar hoe het antwoord ook mag luiden, het is immer solidair met de discussieering van de bepaalde critische ruimteopvatting als noodzakelijken aanschouwingsvorm. Daarop komen wij straks even terug. Er is echter naar ons oordeel nog een derde manier om onze vraag langs een zijspoor om te beantwoorden en om het antwoord minder verdacht en minder blootgesteld aan critiek te maken. Kant's intuitie berustte zooals wij hebben gezien op de solidariteit van Newton's natuurbeeld met de tridimensionaliteit van de ruimte. Welnu, dan komt het ons gepast voor te vragen: heeft Kant in zijn latere werken aan deze solidariteit, ja dan neen, verzaakt? En het antwoord kan niet twijfelachtig zijn: alles wel overwogen, heeft Kant nooit de idee eener afhankelijkheid van die ruimteeigenschap van Newton's natuurconceptie

---

[1]) *Leb. Kräfte,* § 10, ed. Bueck, blz. 25.

losgelaten, prijsgegeven of tegengesproken. De teksten die ons daarvan overtuigen zijn uiteraard van de zaak zeer schaarsch, daar Kant, meer en meer metaphysicus wordende, in dezelfde verhouding exact en positief-wetenschappelijke problemen op den achtergrond heeft geplaatst. Er zijn er nochtans een paar waaraan wij een zekere bewijskracht niet kunnen ontzeggen.

De eerste tekst dagteekent uit het jaar 1755 en staat te lezen aan het slot van zijn eerste philosophische verhandeling getiteld: „Principiorum primorum cognitionis metaphysicae nova dilucidatio". Wij lezen aldaar: „Quoniam substantiae tales, universitatis nostrae nexu solutae, pro lubitu divino plures esse possunt, quae nihilo secius inter se determinationum quodam nexu colligatae sint, hinc locum, situm et spatium efficiant: mundum component illius, cuius partes nos sumus, ambitu exemptum, i.e. solitarium. Hacque ratione plures esse posse mundos etiam sensu metaphysico, si Deo ita volupe fuerit, haud absonum est" [1]).

Hier ziet men duidelijk denzelfden gedachtengang als die van zijn jeugdwerk: de affirmatie van de mogelijkheid eener pluraliteit van werelden met eigene oorspronkelijke plaats, ligging en ruimte, en de afhankelijkheid dezer mogelijkheid van Gods wil, of m.a.w. van een andere door een nieuw fieri van God geschapen natuurdynamica. De aanhaling van de mogelijkheid eener pluraliteit van werelden was toereikend in de wijsgeerige problematiek die Kant rond zich hoorde debatteeren, om dadelijk van deze werelden tot de mogelijkheid van meerdere ruimten te besluiten. Immers, in de dialectica van de rationalistische school van Wolf heerschte op onbesprokene wijze het dogma, dat de uniciteit van de ruimte het gevolg is van de uniciteit van de wereld. Ontkende Kant de laatste enkelheid, dan ontkende hij meteen de eerste door het adagium: „qui negat causam, negat effectum". Het is derhalve duidelijk dat een tiental jaren na het afsluiten van zijn studietijd Kant nog immer op het standpunt staat dat hij in zijn eerstelingswerk had ingenomen.

Een moeilijk moment vormt voor ons de kleine verhandeling: „Von dem ersten Gründe des Unterschiedes der Gegenden im Raume" uit het jaar 1768, waarmede Kant de leergierige abonné's op het weekblad: „Königsberger Frage- und Anzeigungsnachrich-

---

[1]) Nova Dilucidatio Kants Sammtl. Werke ed. Ak. I, blz. 414.

ten" onderhield, en waarin hij zich volledig aansluit bij de absolutistische ruimteopvatting van Newton: „dass der absolute Raum unabhängig von dem Dasein aller Materie und selbst als der erste Grund der Möglichkeit ihrer Zusammensetzung eine eigene Realität habe" [1]). Het ontgaat ons niet, dat wij met een vrij subtiele redeneerwijze ook dezen tekst zouden kunnen voorstellen als niet onvereenigbaar met de opinie uit zijn eerste verhandeling, ons steunende op het feit, dat Kant nooit de zuivere idealiteit van de ruimte in Leibniz' zin heeft aangenomen, doch het komt me met den zin van deze kleine verhandeling van Kant meer overeenkomstig voor dit niet te doen, maar integendeel zonder omwegen en ongekunsteld te erkennen, dat wij hier voor een nieuw denkbeeld staan, dat sterk afwijkt van de vorige: de ruimte onafhankelijk van alle stof; de ruimte grond van alle compositie van de stof, dat schijnen me stellingen die met de rechtstreeksche afhankelijkheid van de ruimte van een speciale natuurdynamica moeilijk verbonden kunnen worden. Edoch, wij willen er op wijzen, dat aan deze weinige bladzijden uit Kant's pen gevloeid geen al te groot belang moet gehecht worden, omdat het standpunt, dat hij hier inneemt, van zeer voorbijgaanden aard is geweest, want amper een jaar nadien staat hij reeds op het critische, d.i. op het definitieve standpunt, dat nooit meer voor een ander zal hoeven te wijken.

Het is bekend, dat Kant's critische denkbeelden en meer speciaal zijne critische ruimteleer voor het eerst vervat zijn in een ander door de universitaire reglementen van toen opgedrongen gelegenheidsschrift. Kant was eindelijk na een wachtperiode van ongeveer twintig jaren ordinarius in de metaphysica geworden, en had een dissertatie te verdedigen voor de faculteit. De korte termijn, die de omstandigheden hem verleenden voor de compositie van: „De Mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis" (1770) is verantwoordelijk voor den onevenwichtigen bouw en het onrijpe der gedachte in dit werk. Deze gebreken echter doen zich niet (of althans in veel mindere mate) gelden voor het onderzoek van de zintuigelijke kennis, waarvan ruimte en tijd de subjectieve vormen zijn. Het is den lezer eveneens bekend, dat Kant hier in 1770 voor het eerst te voorschijn is getreden met de critische ruimtetheorie.

---

1) Kants Sammtl. Werke ed. Vorländer Dl. V. Afdeeling II, blz. 80.

Wij zullen ons niet laten verleiden tot een lange discussie om uit te maken in welke verhouding deze theorie staat met de vorige. Daarover zijn ten andere een aantal studies van befaamde Kant-kenners verschenen, die ik niet verbeteren kan. Wat ons onderwerp betreft, weze het ons echter gegund zeer in het kort te wijzen op een paar teksten, die de continuiteit in Kant's geest, ten minste in latenten zin, zullen bevestigen. In de expositie van de subjectivistische ruimtetheorie wijst Kant erop, dat de voorstelling van de ruimte een zuivere aanschouwing is, daar zij een singuliere voorstelling is, en leert hij dat wij de eigenschappen van de ruimte niet verstandmatig uit het begrip van „de ruimte" kunnen afleiden: „Non dari enim in spatio plures quam tres dimensiones inter duo puncta non esse nisi rectam unicam, e dato in superficie plano puncto cum data recta circulum describere, etc. non ex universali aliqua spatii notione concludi, sed in ipso tantum, velut in concreto cerni potest. Quae jaceant in spatio dato unam plagam versus, quae in oppositum vergant, discursivo describi, s. ad notas intellectuales revocari nulla mentis acie possunt . . . ." [1]). Deze tekst is vatbaar voor verschillende interpretaties, en dient in den algemeenen gedachtengang van de „Dissertatio" niet om zijn eerste denkbeeld te confirmeeren, maar om te bewijzen, dat de ruimtevoorstelling van apriorischen, doch zintuigelijken oorsprong is. Men is geneigd daaruit al vast te besluiten, dat door het apriorisch karakter alle vereenigbaarheid met zijn primitieve opvatting over de tridimensionaliteit vergaan is. Ten onrechte nochtans. Kant leerde de solidariteit van de natuurdynamica met de ruimte. Is deze dynamica slechts door aposteriorische ervaring kenbaar? Kant had ongetwijfeld een te hoogen dunk van Newton's Principia mathematica" en een te groote eerbied voor de aprioriteit, om het fundamenteele schema van het natuurdynamisme niet eveneens langs apriorischen weg te bepalen en voor ons verstand te ontsluiten. Als er een moeilijkheid bestaat — en deze kan niet weggeredeneerd worden — dan ligt zij in de zintuigelijke beperking van de ruimtevoorstelling, maar geenszins in hare apriorische wezenheid. Wij leeren feitelijk niets meer in onzen tekst dan de reactie tegen het begripmatig karakter van de ruimtevoorstelling. Getuigt het nu voorzeker van al te groote voortvarendheid daarvan rechtstreeks de confirmatie af te lezen

[1]) Kants Sämmtl. Werke ed. Ak. Dl. II, blz. 402—403.

van het in de „Lebendige Kräfte" incidenteel opgeworpen denkbeeld, men kan er nochtans niets in vinden dat deze confirmatie onvoorwaardelijk in den weg zou staan. Wanneer men zich op deze lijnen beroept om de continuiteit, die wij trachten te vinden, te ontkennen, resulteert daaruit wel niet een valsche opvatting, maar toch wordt daardoor één onder de mogelijke opvattingen tot de eenig mogelijke verheven. Dat is, helaas, veelal in elk Kantdispuut het geval. Wij besluiten op een meer bescheiden wijze. Confirmeert de tekst uit 1170 niet rechtstreeks de tekst uit 1745, hij verzet zich nochtans niet formeel tegen de conformiteit.

Dat dit wel in de oogen van Kant zoo zal geweest zijn, meenen wij te mogen opmaken uit een andere aanhaling, die in 1770 de denk-allures van de eerste overwegingen typisch schijnt te willen bestendigen. Het par. 21 van de „Dissertatio" komt weer terug op het oude denkbeeld eener pluraliteit van werelden. De betrekking tusschen wereld en ruimte komt niet tot uitdrukking; dit vloeit voort uit het verband waar deze tekst deel van uitmaakt, n.l. de elucidatie van de verstandswereld. In deze totaal verschillende regio van zijne verhandeling spreekt Kant over de betrekking tusschen wereld en noodzakelijke oorzaak, waarin duidelijke zinspelingen ons opvoeren tot God, en ons ten slotte toch op het standpunt van zijn eerste zelfstandig denken voeren. De tekst luidt als volgt: „Si plures forent causae primae ac necessariae cum suis causatis, eorum opificia essent, *mundi,* non *mundus,* quia *nullo* modo connecterentur ad idem totum; et vice versa si sint plures mundi extra se actuales, dantur plures causae primae ac necessariae, ita tamen, ut nec mundus unus cum altero, nec causa unius cum mundo causato alterius in nullo sint commercio.

Plures itaque Mundi extra se actuales *non per ipsum sui conceptum sunt impossibiles* (uti Wolffius per notionem complexus s. multitudinis, quam ad totum, qua tale sufficere putavit, perperam conclusit), sed sub sola hac conditione *si unica tantum existat causa omnium necessaria.* Si vero admittantur plures, *erunt plures mundi,* in sensu strictissime metaphysico, *extra se possibiles."* [1]).

Het mag stellig merkwaardig genoemd worden, dat, hoe groote wijziging in ingetreden in de conceptie van de ruimte, oude en vertrouwde denkbeelden trots alles doorheen blijven bestaan, en

---

[1]) Kants Sämmtl. Werke ed. Ak. Dl. II, blz. 408.

met het veranderde uitzicht op dezelfde wijze verbonden worden. Dit zien wij ook in deze lijnen. De afwijzing van de aposteriorisch-empirische oorsprong heeft niet kunnen beletten, dat Kant's oorspronkelijke leering betreffende ons onderwerp zich heeft voortbewaard en doorgezet door al de transformaties heen, welke zijn ruimtetheorie heeft ondergaan.

Uit deze aanhalingen blijkt, dat het eerste geniale vermoeden voor Kant feitelijk een episode is geweest van een oogenblik, en dat hij later daar nooit ex professo op weergekeerd is; doch zij bewijzen uit de convergentie van de leerstellige omtrekken, waarin dit vermoeden geuit werd, met gelijkluidende uitlatingen in verschillende latere perioden van zijne ontwikkeling, dat er voor Kant geen aanleiding heeft bestaan om het vermoeden en de intuitie van de eerste uur door de zekerheid van de laatste uur te ontzenuwen. Integendeel, wie Kant's werken in chronologische volgorde leest, zal niet ontkomen aan den indruk, dat Kant alles heeft voortbewaard wat rechtstreeksche aanleiding was tot zijne intuitie van de mogelijkheid eener niet-klassieke meetkunde. Meer, mogen wij naar ons oordeel, uit de teksten niet besluiten, maar dit besluit is ons genoeg.

Een woord om Kant's tekst te caracteriseeren. Engel-Stäckel dragen hun geschiedenis der parallellijnen op aan de wijsgeeren ter wille van het innige verwantschap van wiskunde en wijsbegeerte in de lange eeuwen van Europa's wetenschappelijke ontwikkeling [1]). In het zelfde verband dienen Kant's woorden geplaatst. Zij hebben geen wiskundige antecedenten, en daarom zou het niet behoorlijk zijn ze als voorboden en voorloopers van Gauss noch van de niet-Euclidische meetkunde in het algemeen te beschouwen. In de fragmenten ons van Gauss bewaard blijkt duidelijk hoe de aanvechtbaarheid van het Euclidische parallellenaxioma aanleiding was tot het inzicht in de mogelijkheid eener „paradoxale" meetkunde [2]), waarin het als overbodig wordt beschouwd. Er is geen spoor van overgang die Kant's idee verbinden zou met Gauss, noch van eenig ander bemiddelend wijsgeer of wiskundige tusschen Kant en Gauss.

Maar een profetische visie op de toekomst blijft zij toch. Terwijl Wolf en zijn ontelbare volgelingen, diep verankerd bleven in de Leibnizio-Cartesiaansche physica, zien wij Kant reeds in groote

1) Engel-Stäckel, op. cit., Vorrede blz. VI.
2) Aan Schumacher, 12 Juli 1831, Dl. VIII, blz. 216.

mate zijn geest richten op de mechanica van Newton en niet zonder den overmoed van de jeugd zijn scherp intuitieven geest oefenen op een gebied, waar alleen de strenge en geoefende methodiek tot resultaten leiden kan. Deze episode bevestigt ten volle de meening van Adickes, volgens dewelke Kant's positief-wetenschappelijke waarde niet berust op een wezenlijk positief geaarden geest, noch op de bewuste aanwending van aldaar gangbare methodes, maar op doordringende, de werkelijkheid doorvoelende intuities [1]. Daarvan zijn verschillende voorbeelden aanwezig. Vóór Laplace dacht hij dezes cosmogonie uit; zijn theorie over de winden, zijn verklaring van de moessonwinden waren de eerste, die nog met de onze overeenstemmen; niemand heeft in den loop van de XVIIIe eeuw sterker dan hij het dynamische als de physische categorie bij uitstek aangewezen. Voegen wij erbij dat het kriticisme, dat de wis- en natuurkundige ideologie zoo geweldig heeft beinvloed, het onverholen doel nastreefde de grondslagen van wis- en natuurkunde te beveiligen tegen de ongebreidelde voortvarendheid eener dogmatische metaphysica, en dat van dit kriticisme uit een nieuw inzicht (dat ten huidige dage nog veelal ofschoon niet meer universeel wordt erkend) in het wezen van de wiskunde, van hare denkprocédés en grondslagen is uitgegaan, dan meen ik te mogen besluiten, dat men er goed aan heeft gedaan een plaatsje voor Kant in te ruimen in de geschiedenis der wetenschap, daar hij het menschelijke denken in al zijne vertakkingen een nieuwen weg heeft ingestuurd.

In welke mate men daar goed aan gedaan heeft, kan de lezer besluiten uit het feit, dat Kant hier als voorlooper kan gelden van Riemann's eveneens toevallige opmerking, die hij ter gelegenheid van zijne habilitatie mededeelde, en dat wij bijgevolg den uitgever van dit geschrift, nl. H. Weyl, mogen corrigeeren waar hij verklaart, dat Riemann's conceptie de meening van alle voormalige wiskundigen en wijsgeeren tegenspreekt [2]. Mag ik er om te eindigen nog aan toevoegen dat Einstein zich ook in een pluraliteit van werelden indenkt in verhouding met een pluraliteit van gravitatiesystemen?

---

[1]) Adickes (E.). *Kant als Naturforscher,* Dl. I, blz. 43—47.

[2]) Riemann: Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen, ed. K. Weyl, Berlijn 1923. Ik dank deze inlichtingen betreffende Riemann eens te meer aan de goede zorg van Dr. Dijksterhuis, waarvoor ik hem van harte dank zeg.

BOEKBESPREKING.

Leerboek der Natuurkunde voor de kweekscholen door Ir. E. S. Levison en Ir. E. D. G. Frahm, Deel I.
P. Noordhoff N.V., 1933, Groningen—Batavia.

De schrijvers motiveeren in 't begin van hun voorbericht de verschijning van bovengenoemd leerboek — voor de kweekscholen — aldus: „In dit werkje wordt een poging gedaan *tot een andere opzet* van het natuurkundeprogramma voor de kweekscholen. Er werd vooral gelet op de vragen, die den onderwijzer later voorgelegd zullen worden en op het verband tusschen de deelen der natuurkunde. Door schrapping van tal van verouderde toestellen en onderdeelen werd een verschuiving bereikt naar de meer moderne onderwerpen.....".

Het zal wel moeilijk uit te maken zijn of dit werkje inderdaad voldoet aan de tamelijk vage eisch, die de schrijvers zich gesteld hebben n.l. dat het een goede gids zal zijn bij de vragen die den onderwijzer later zullen worden gesteld. En voor wat betreft het verband, dat gelegd is tusschen de deelen der natuurkunde, om hierover een positief oordeel te vellen, doet men wellicht goed de verschijning van het geheele werk af te wachten.

In Deel I komen eenige deelen van de mechanica ter sprake, de leer van vloeistoffen en gassen en van de warmte.

Een vluchtig doorbladeren doet even vreezen, dat de beoogde moderniteit nog niet in die mate is bereikt als men zou wenschen; immers de figuren van 't toestel van *Musschenbroek,* van *Stoehrers* metaalthermometer, van de hygrometer van *Regnault* glijden ons dan als wel heel oude bekenden voorbij.

Maar wanneer men dan aandacht schenkt aan de vele diagrammen, die 't werkje sieren en waarvan de bespreking prettig en helder aandoet, dan voelt men wel, dat de schrijvers wellicht gaarne nog meer in moderne richting waren voortgegaan. Blijkens hun voorbericht echter achtten zij zich — waar een programma nog niet definitief is vastgesteld — niet gerechtigd te veel te schrappen. Een niet gering te schatten voordeel is een zekere beknoptheid van 't werkje, waarin de schrijvers bovendien een afkeer toonen van weetjes en feitjes, waarvan de kennis geen ontwikkeling geeft.

Een groot aatal niet te moeilijke vraagstukken, tusschen de tekst verspreid, vormen geschikt oefenmateriaal.

Toch zijn bij mij bij 't doorlezen van 't werkje, verschillende bezwaren gerezen, waarvan ik er enkele noemen wil. De moeilijke kwestie van 't absolute nulpunt wordt op blz. 71 wel wat heel erg simplistisch besproken. Dat men uit de gewichtsformule de wet van B. en G.—L. kan afleiden (Blz. 73, onderste regel) is zeker wat anders bedoeld, dan 't er staat. Het is principieel fout uit de proef met de

P. NOORDHOFF N.V. / GRONINGEN

De Uitgever verzoekt storting van het abonnementsgeld op postgironummer **6593** Groningen. 14 dagen na ontvangst dezer aflevering zal over het bedrag worden gedisponeerd met 15 cent verhooging voor incassokosten.

PROSPECTUS

LEERBOEK DER
NATUURKUNDE

BESTEMD VOOR HET

MIDDELBAAR, VOORBEREIDEND HOOGER EN PROPAEDEUTISCH ONDERWIJS

DOOR

DR. W. J. H. MOLL
EN
DR. H. C. BURGER

EERSTE DEEL
MECHANICA, EIGENSCHAPPEN DER MATERIE, WARMTE, GELUID

TWEEDE DRUK

Prijs van het complete werk, groot 236 pag. f 3.90, geb. f 4.50

P. NOORDHOFF N.V. — 1931 — GRONINGEN

In den Boekhandel verkrijgbaar.

VOORWOORD.

Het verschijnen van dit boek behoeft nadere toelichting. Er bestaan vele leerboeken der natuurkunde, en het was zeker niet onze bedoeling dit aantal met een van analoge strekking te vermeerderen. Het is ons streven geweest, ons los te maken van de conventie, en in ons leerboek naar eigen inzicht een blijvenden indruk te geven van de hedendaagsche physica.

Bij de keuze der onderwerpen en de wijze van behandelen hebben wij ons laten leiden door de volgende overwegingen.

De belangstelling van den lezer moet gewekt worden. Daarom zijn tal van problemen besproken, die men gewoonlijk niet in een elementair leerboek aantreft. Naar wij hopen, zullen deze met minder tegenzin worden bestudeerd, dan vele gebruikelijke onderwerpen, die men vergeefs in ons boek zal zoeken. In het bizonder is daarin plaats ingeruimd voor de bespreking van verschijnselen, die uit het dagelijksch leven bekend zijn, teneinde de natuurkunde aan te doen sluiten aan den gewonen gedachtengang der leerlingen.

Zooals wel van zelf spreekt moet de leerstof niet te moeilijk zijn voor het bevattingsvermogen der leerlingen. Schijnbaar in tegenspraak hiermede gaat op enkele plaatsen het behandelde zeker te ver, om door den beginnenden leerling volkomen begrepen te worden. Maar het gold hier zoo uiterst belangrijke onderwerpen, dat wij den lezer eenige voorlichting dienaangaande niet wilden onthouden. Hij zal daardoor een, misschien vaag, maar toch juist begrip kunnen krijgen van een gedachtengang, die hem eerst later volkomen duidelijk kan worden.

Wat geen andere dan historische beteekenis heeft, en geen integreerend deel vormt van het systeem der hedendaagsche physica, hoort in een elementair leerboek niet thuis. Dit behoort een overzicht te bevatten van de denkbeelden, die heden de belangstelling hebben van de physica zooals die thans in de laboratoria wordt beoefend, en in de praktijk wordt toegepast. Een bizondere „schoolphysica", waarin andere onderwerpen den voorrang hebben, en

waarin een andere terminologie wordt gebezigd, heeft geen reden van bestaan.

Herhaaldelijk zijn wij getroffen door een begripsverwarring, als zou de natuurkunde als een onderdeel te beschouwen zijn der wiskunde. Voor de natuurkunde is de wiskunde een hulpmiddel, even onmisbaar als de taal waarin men zijn gedachten uitdrukt. Mede tengevolge van dit misverstand kan de studie der natuurkunde ontaarden in een uit het hoofd leeren en toepassen van formules. Wij hebben in tegenstelling hiermede, in den regel het qualitatieve verband tusschen physische grootheden vooropgesteld; naar onze meening is het inzicht daarvan het eenig wezenlijke, dat den leerling voor zijn verder leven kan worden meegegeven.

Wij hebben hiermede in het kort uiteengezet welke beginselen ons bij het schrijven van dit leerboek voor oogen zweefden, maar zijn er ons van bewust, ze niet voldoende consequent te hebben doorgevoerd, en ons nog te weinig van het oude te hebben losgemaakt. Wij houden ons zeer aanbevolen voor opmerkingen en raadgevingen.

Utrecht, April 1926.

VOORWOORD BIJ DEN TWEEDEN DRUK.

De meest wezenlijke verandering in dezen tweeden druk is de invoering van een kleinen letter voor onderwerpen, die òf te moeilijk zijn voor de school, òf zoo weinig noodzakelijk zijn voor het begrijpen van hetgeen volgt, dat ze bij een eerste behandeling kunnen overgeslagen worden. Daarnaast zijn enkele aanvullingen, en een groot aantal kleine verbeteringen aangebracht.

Zeist,
Utrecht, } October 1930.

INHOUD.

MECHANICA.

EIGENSCHAPPEN DER MATERIE.

WARMTE.

Overal waar wrijving optreedt, staat men dus voor een dubbel raadsel. Eenerzijds ontstaat warmte, schijnbaar uit niets, anderzijds gaat mechanische energie verloren. De eenvoudige oplossing van dit raadsel is, dat warmte een vorm is van energie.

In deze opvatting is dus wrijving niets anders dan de omzetting van mechanische energie (arbeidsvermogen van plaats of van beweging) in deze nieuwe energiesoort, d.i. in warmte. Een bewijs van de juistheid van deze opvatting ligt in het bovenstaande niet; de gelijkwaardigheid van warmte en arbeidsvermogen wordt door het optreden van warmte bij alle wrijving hoogstens waarschijnlijk gemaakt. Om hieromtrent zekerheid te verkrijgen, moest door metingen worden uitgemaakt, of bij het verdwijnen van een zeker bedrag aan mechanisch arbeidsvermogen steeds een zelfde bedrag aan warmte ontstaat.

§ 69. *Warmte een energievorm.*

De eerste nauwkeurige metingen van de hoeveelheid warmte, die door wrijving wordt ontwikkeld, en van het arbeidsvermogen dat daarbij verloren gaat, zijn verricht door JOULE. Zijn proefnemingen zullen hier beschreven worden, zonder dat wij echter ingaan op tal van bizonderheden, die het wezen der zaak niet raken.

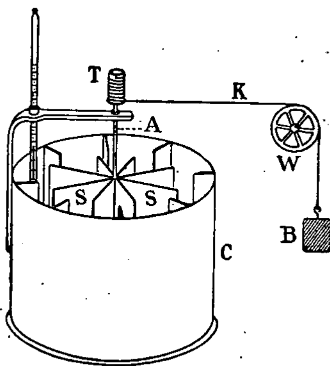


Fig. 50.

De wrijving waardoor mechanische energie in warmte werd omgezet, was bij de meeste dezer proeven de inwendige wrijving van een vloeistof, bijv. van water. Het principe waarop het toestel berustte, is in fig. 50 voorgesteld.

C is een calorimeter, d.w.z. een metalen bak gevuld met water, waarin zich een thermometer bevindt, met behulp waarvan een temperatuurverandering van het water nauwkeurig kan afgelezen worden. Binnen den calorimeter kunnen door draaiing van de as *A* een aantal schoepen *S* in beweging worden gebracht. De invloed van de inwendige wrijving wordt nog grooter gemaakt, doordat loodrecht op den wand van den calorimeter verticale schotten zijn